

Comparison Tables: BBOB 2015 Testbed in 3-D

The BBOBies

July 16, 2015

Abstract

This document provides tabular results of the workshop on Black-Box Optimization Benchmarking held at GECCO 2015, see <http://coco.gforge.inria.fr/doku.php?id=bbob-2015>. Overall, 18 algorithms have been tested on 24 benchmark functions in dimensions between 2 and 20. Only three of them have been tested on the optional instances in dimension 40. A description of the used objective functions can be found in [7, 5]. The experimental set-up is described in [6].

For anc asur prov d d n t fo own tab s s t xp ct d
nu b r of ob ct v funct on va uat ons to r ac a v n tar t funct on va u
E^o, xp ct d runn n t , d v d d by t r sp ct v va u for t b st
a ort n BB^oB- b s [] f an a ort fro BB^oB- b r ac d
t v n tar t funct on va u E^o va u s v n ot rws E^o b st s
not d as n^on t [6] for d ta s on ow E^o s obta n d Bo d ntr s n t
tab corr spond to va u s b ow 3 or t top-t r b st va u s ab ' v s
an ov rv w on a a ort s sub tt d to t nos -fr t stb d at GECC^o

Abstracts and references of articles submitted for the next issue

algorithm name	short	paper	reference
BSifeg		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
BSif		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
BSqi		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
BSrr		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
CMA-CSA		Benchmarking IPOP-CMA-ES-TPA and IPOP-CMA-ES-MSR on the BBOB Noiseless Testbed	[1]
CMA-MSR		Benchmarking IPOP-CMA-ES-TPA and IPOP-CMA-ES-MSR on the BBOB Noiseless Testbed	[1]
CMA-TPA		Benchmarking IPOP-CMA-ES-TPA and IPOP-CMA-ES-MSR on the BBOB Noiseless Testbed	[1]
GP1-CMAES		Benchmarking Gaussian Processes and Random Forests Surrogate Models on the BBOB Noiseless Testbed	[3]
GP5-CMAES		Benchmarking Gaussian Processes and Random Forests Surrogate Models on the BBOB Noiseless Testbed	[3]
IPOPCMAv3p61		Benchmarking Gaussian Processes and Random Forests Surrogate Models on the BBOB Noiseless Testbed	[3]
LHD-10xDefault-MATSuMoTo		The Impact of Initial Designs on the Performance of MATSuMoTo on the Noiseless BBOB-2015 Testbed: A Preliminary Study	[4]
LHD-2xDefault-MATSuMoTo		The Impact of Initial Designs on the Performance of MATSuMoTo on the Noiseless BBOB-2015 Testbed: A Preliminary Study	[4]
RAND-2xDefault-MATSuMoTo		The Impact of Initial Designs on the Performance of MATSuMoTo on the Noiseless BBOB-2015 Testbed: A Preliminary Study	[4]
RF1-CMAES		Benchmarking Gaussian Processes and Random Forests Surrogate Models on the BBOB Noiseless Testbed	[3]
RF5-CMAES		Benchmarking Gaussian Processes and Random Forests Surrogate Models on the BBOB Noiseless Testbed	[3]
Sifeg		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
Sif		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]
Srr		Dimension Selection in Axis-Parallel Brent-STEP Method for Black-Box Optimization of Separable Continuous Functions	[9]

Table 3-D: Run-time statistics of function evaluations to reach a value divided by dimension on the final function value and standard deviation

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
fi	3.6	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	8.0	15/15
BSifeg	1.5 (1)	1.8 (0.3)	1.9 (0.2)	2.0 (0.2)	2.1 (0.3)	2.1 (0.2)	2.1 (0.2)	15/15
BSif	1.5 (1)	1.8 (0.3)	1.9 (0.3)	2.0 (0.2)	2.1 (0.2)	2.1 (0.3)	2.1 (0.3)	15/15
BSqi	1.5 (1)	1.8 (0.2)	1.9 (0.3)	2.0 (0.2)	2.1 (0.2)	2.1 (0.3)	2.1 (0.3)	15/15
BSrr	1.5 (1)	1.8 (0.3)	1.9 (0.2)	2.0 (0.2)	2.1 (0.3)	2.1 (0.3)	2.1 (0.3)	15/15
CMA-CSA	5.6(4)	6.1(5)	13(5)	18(5)	24(3)	36(3)	46(4)	15/15
CMA-MSR	2.4 (2)	5.8(7)	16(6)	27(6)	38(8)	57(6)	74(7)	15/15
CMA-TPA	3.4(2)	7.9(5)	14(4)	19(4)	23(6)	37(15)	49(18)	15/15
GP1-CMAES	3.2(2)	4.4(3)	7.3(2)	10(2)	13(2)	19(4)	27(5)	15/15
GP5-CMAES	2.8 (1)	2.7 (0.8)	3.7(0.8)	4.6(0.7)	5.6(1)	7.7(1)	25(19)	15/15
IPOPCMAv3p	2.8 (2)	6.5(4)	12(3)	18(5)	23(6)	34(4)	46(3)	15/15
LHD-10xDef	3.6(4)	9.3(3)	10(0.2)	12(1)	13(0.9)	66(98)	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	2.2 (2)	2.4 (0.3)	3.2(0.6)	4.7(0.8)	6.3(2)	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	2.3 (2)	2.5 (0.3)	3.6(0.9)	5.0(1)	6.5(0.3)	276(239)	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	2.3 (2)	4.8(2)	8.4(2)	14(5)	21(10)	60(14)	102(127)	10/15
RF5-CMAES	11(2)	22(39)	94(147)	306(461)	1331(968)	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	1.5 (1)	1.9 (0.3)	2.4 (0.3)	3.5(0.4)	4.2(0.8)	5.8(0.9)	6.8(0.4)	15/15
Sif	1.5 (2)	1.9 (0.2)	2.4 (0.2)	3.7(0.9)	4.7(0.9)	5.9(0.4)	6.8(0.4)	15/15
Srr	1.5 (2)	1.9 (0.2)	2.4 (0.2)	3.1(0.2)	3.7(0.2)	5.0(0.2)	6.2(0.3)	15/15

Table 3: 3-D runn n t x c s s E^q / E^q b s t b on f_2 n t a c s s v n t d a n f n a f u n c t o n v a u a n d t d a n n u b r of f u n c t o n v a u a t o n s t o r a c t s v a u d v d d b y d n s o n

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f2	38	42	43	44	45	47	48	15/15
BSifeg	0.65 (0.1)	0.69 (0.2)	0.76 (0.3)	0.84 (0.2)	0.98 (0.1)	1.0 (0.1)	1.2 (0.2)	15/15
BSif	0.66 (0.1)	0.73 (0.2)	0.79 (0.3)	0.86 (0.2)	0.99 (0.2)	1.0 (0.1)	1.2 (0.1)	15/15
BSqi	0.60 (0.0)	0.59 (0.1)	0.60 (0.1)	0.66 (0.1)	0.75 (0.1) ^{*2}	0.83 (0.1) ^{*3}	0.96 (0.2) [*]	15/15
BSrr	0.66 (0.2)	0.68 (0.2)	0.71 (0.1)	0.79 (0.2)	0.92 (0.1)	1.0 (0.2)	1.2 (0.2)	15/15
CMA-CSA	9.3(3)	12(3)	13(3)	14(2)	15(2)	16(2)	17(1)	15/15
CMA-MSR	10(2)	12(3)	13(3)	15(2)	16(3)	18(3)	21(2)	15/15
CMA-TPA	8.4(5)	12(4)	13(3)	14(3)	15(3)	17(3)	18(2)	15/15
GP1-CMAES	8.0(4)	10(5)	12(3)	13(2)	14(5)	16(9)	28(24)	8/15
GP5-CMAES	3.4(0.8)	4.1(1)	4.6(0.8)	5.0(2)	5.3(2)	5.6(0.8)	13(12)	11/15
IPOPCMAv3p	13(9)	25(8)	41(90)	64(69)	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	279(393)	261(267)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	1.1 (0.2)	1.1 (0.4)	1.2 (0.2)	1.3 (0.3)	1.4 (0.2)	1.4 (0.1)	1.6 (0.2)	15/15
Sif	1.1 (0.2)	1.1 (0.2)	1.2 (0.2)	1.2 (0.2)	1.3 (0.2)	1.4 (0.2)	1.5 (0.2)	15/15
Srr	1.0 (0.2)	1.0 (0.1)	1.1 (0.1)	1.2 (0.1)	1.3 (0.1)	1.4 (0.1)	1.6 (0.1)	15/15

Table 3: 3-D runn n t xc ss E^k / E^k b st b on f_3 n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f3	38	822	830	835	842	847	853	15/15
BSifeg	0.80 (0.5)	0.12 (0.0)	0.18 (0.0)	0.18 (0.1)	0.18 (0.1)	0.18 (0.0)	0.18 (0.1)	15/15
BSif	0.83 (0.7)	0.12 (0.0)	0.18 (0.0)	0.18 (0.1)	0.18 (0.1)	0.18 (0.1)	0.18 (0.1)	15/15
BSqi	0.80 (0.6)	0.12 (0.0)	0.17 (0.1)	0.17 (0.1)	0.17 (0.1)	0.17 (0.1)	0.17 (0.0)	15/15
BSrr	0.74 (0.5)	0.12 (0.0)	0.16 (0.0)	0.17 (0.1)	0.17 (0.0)	0.17 (0.1)	0.18 (0.1)	15/15
CMA-CSA	8.1(13)	2.9 (4)	8.7(5)	9.4(6)	10(5)	10(8)	10(8)	15/15
CMA-MSR	8.0(10)	3.5(3)	10(8)	11(5)	11(18)	12(16)	13(7)	15/15
CMA-TPA	3.5(4)	2.9 (2)	13(6)	13(10)	13(9)	14(10)	14(9)	15/15
GP1-CMAES	4.7(6)	1.6 (2)	4.3(4)	6.4(4)	6.5(6)	6.5(5)	13(17)	1/15
GP5-CMAES	2.4 (2)	13(16)	∞	∞	∞	∞	∞	760/15
IPOPCMAv3p	5.1(2)	4.1(2)	13(19)	13(15)	13(24)	13(15)	13(11)	1/15
LHD-10xDef	5.1(7)	2.7 (3)	∞	∞	∞	∞	∞	150/15
LHD-2xDefa	2.1 (0.7)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	150/15
RAND-2xDef	3.0(2)	2.7 (1)	2.7 (4)	∞	∞	∞	∞	150/15
RF1-CMAES	8.5(18)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	751/15
RF5-CMAES	26(26)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	760/15
Sifeg	0.98 (0.4)	0.14 (0.0)	0.18 (0.1)	0.19 (0.1)	0.21 (0.0)	0.23 (0.0)	0.23 (0.0)	15/15
Sif	0.99 (0.5)	0.15 (0.1)	0.18 (0.1)	0.19 (0.0)	0.21 (0.0)	0.23 (0.0)	0.23 (0.0)	15/15
Srr	0.99 (0.5)	0.12 (0.0)	0.17 (0.1)	0.18 (0.0)	0.19 (0.0)	0.22 (0.0)	0.23 (0.0)	15/15

Table 5: 3-D runn n t xc ss E^k/E^k b st b on f_4 n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f4	40	808	866	921	952	1015	1044	15/15
BSifeg	1.4 (0.5)	0.18 (0.1)	0.28 (0.2)	0.27 (0.2)	0.27 (0.1)	0.27 (0.1)	0.31 (0.1)	15/15
BSif	1.4 (0.6)	0.18 (0.1)	0.29 (0.1)	0.28 (0.1)	0.28 (0.1)	0.28 (0.1)	0.31 (0.1)	15/15
BSqi	1.4 (0.6)	0.20 (0.1)	0.26 (0.1)	0.25 (0.1)	0.25 (0.1)	0.25 (0.1)	0.31 (0.1)	15/15
BSrr	1.4 (0.4)	0.18 (0.0)	0.23 (0.1)	0.22 (0.1)	0.23 (0.1)	0.26 (0.1)	0.34 (0.1)	15/15
CMA-CSA	5.7(7)	359(572)	4871(5997)	4579(5558)	4431(5932)	4157(5492)	4043(3894)	1/15
CMA-MSR	8.5(10)	632(874)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
CMA-TPA	7.2(3)	269(390)	5064(8878)	∞	∞	∞	∞	0/15
GP1-CMAES	8.2(12)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
GP5-CMAES	8.3(7)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
IPOPCMAv3p	11(10)	14(12)	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
LHD-10xDef	11(7)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
LHD-2xDefa	18(30)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
RAND-2xDef	7.6(8)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
RF1-CMAES	124(144)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
RF5-CMAES	267(140)	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0/15
Sifeg	1.2 (0.5)	0.26 (0.1)	0.44 (0.2)	0.55 (0.2)	0.70 (0.2)	0.99 (0.2)	1.0 (0.2)	15/15
Sif	1.2 (0.5)	0.26 (0.1)	0.47 (0.2)	0.58 (0.2)	0.72 (0.2)	0.97 (0.2)	1.0 (0.2)	15/15
Srr	1.2 (0.3)	0.26 (0.1)	0.41 (0.2)	0.52 (0.2)	0.64 (0.1)	0.96 (0.2)	1.1 (0.2)	15/15

Table 3: 3-D runn n t xc ss $E^{\mathbf{b}}$ / $E^{\mathbf{b}}$ b st b on f_6 n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f6	34	56	90	117	149	215	265	15/15
BSifeg	146(334)	413(407)	562(810)	1057(744)	1339(1627)	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	209(149)	609(573)	768(1013)	1729(2219)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	231(650)	329(1004)	342(358)	486(535)	672(341)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	114(322)	504(381)	574(386)	811(787)	1387(1449)	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	1.5 (0.6)	2.6 (0.7)	2.3 (0.5)	2.6 (0.7)	2.7 (0.6)	2.7 (0.4)	2.9 (0.5)	15/15
CMA-MSR	2.8 (1)	3.8 (2)	3.5 (0.9)	3.7 (1)	3.7 (1)	3.7 (0.5)	3.9 (0.3)	15/15
CMA-TPA	3.1 (1)	3.5 (1)	3.1 (0.6)	3.2 (0.7)	3.1 (0.7)	2.9 (0.5)	3.0 (0.6)	15/15
GP1-CMAES	2.7 (2)	4.9(9)	14(10)	97(195)	∞	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	2.5 (3)	15(20)	124(109)	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
IPOPCMAv3p	2.8 (2)	3.7 (1)	3.4 (1)	3.5 (0.9)	3.3 (0.8)	3.6 (2)	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	4.2(5)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	4.8(4)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	3.1(2)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	13(14)	58(67)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	42(39)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	81(172)	293(459)	456(270)	598(246)	847(547)	1979(2668)	∞ 3e4	0/15
Sif	106(32)	325(189)	1006(1749)	1688(2500)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	75(68)	188(161)	418(575)	528(508)	578(859)	1820(2334)	∞ 3e4	0/15

Table 8: 3-D runn n t xc ss E^k/E^k b st b on f_7 n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f7	11	65	342	464	482	482	535	15/15
BSifeg	49(45)	302(621)	131(298)	201(457)	901(986)	901(469)	812(1268)	1/15
BSif	61(273)	315(496)	199(517)	425(325)	∞	∞	∞ <i>3e4</i>	0/15
BSqi	167(1)	280(365)	206(244)	285(334)	442(520)	442(602)	398(595)	2/15
BSrr	131(708)	317(364)	197(148)	442(601)	∞	∞	∞ <i>3e4</i>	0/15
CMA-CSA	2.8 (2)	1.8 (0.8)	0.75 (0.8)	0.75 (0.6)	0.93 (0.6)	0.93 (0.6)	0.91 (0.4)	15/15
CMA-MSR	3.5(3)	1.7 (0.8)	1.2 (0.9)	1.3 (1)	1.3 (1)	1.3 (1)	1.4 (1)	15/15
CMA-TPA	3.8(4)	3.0(3)	1.0 (0.8)	0.87 (0.5)	0.99 (0.7)	0.99 (0.7)	1.0 (0.5)	15/15
GP1-CMAES	2.0 (2)	1.2 (1)	0.89 (0.8)	0.98 (1)	1.4 (0.9)	1.4 (2)	1.7 (0.5)	9/15
GP5-CMAES	2.0 (2)	0.96 (0.8)	0.49 (0.2)	0.69 (0.6)	1.2 (1)	1.2 (0.6)	1.6 (2)	9/15
IPOPCMAv3p	4.9(2)	2.8 (2)	1.2 (2)	1.1 (2)	1.1 (0.9)	1.1 (0.6)	1.2 (0.3)	12/15
LHD-10xDef	3.7(3)	2.5 (0.7)	3.2(4)	∞	∞	∞	∞ <i>150</i>	0/15
LHD-2xDefa	1.9 (1)	1.7 (3)	1.8 (3)	∞	∞	∞	∞ <i>150</i>	0/15
RAND-2xDef	2.4 (1)	1.2 (0.5)	3.2(2)	4.7(4)	4.5(7)	4.5(3)	∞ <i>150</i>	0/15
RF1-CMAES	7.5(16)	4.2(8)	2.9 (2)	7.5(5)	11(8)	11(28)	21(10)	1/15
RF5-CMAES	10(9)	26(37)	∞	∞	∞	∞	∞ <i>755</i>	0/15
Sifeg	37(134)	165(442)	132(152)	205(358)	417(313)	417(626)	376(972)	2/15
Sif	61(269)	204(349)	115(81)	276(184)	419(579)	419(452)	378(266)	2/15
Srr	97(359)	249(564)	116(119)	286(266)	∞	∞	∞ <i>3e4</i>	0/15

ab 3-D runn n t xc ss E /E b st on fs

Table 3-D: Run times of function evaluations to reach a value divided by dimension on various test functions and standard deviation

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f9	21	65	127	149	159	169	178	15/15
BSifeg	14(5)	152(96)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	12(21)	947(860)	3287(6988)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	8.5(11)	107(97)	1510(1681)	1291(1421)	2519(4021)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	8.0(9)	109(115)	3044(5576)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	3.8(2)	4.8 (4)	4.0 (3)	4.2 (2)	4.7 (7)			

Table 1: Comparison of the performance of various algorithms on the 3-D function f_{10} in terms of the number of function evaluations required to reach a specified accuracy. The results are presented in terms of the mean and standard deviation of the number of function evaluations required to reach a specified accuracy. The results are presented in terms of the mean and standard deviation of the number of function evaluations required to reach a specified accuracy.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f10	114	152	168	180	194	218	242	15/15
BSifeg	806(845)	1211(1521)	1156(1333)	1075(1088)	∞	∞	∞ 1e4	0/15
BSif	784(799)	1253(3056)	∞	∞	∞	∞	∞ 1e4	0/15
BSqi	442(487)	725(1620)	∞	∞	∞	∞	∞ 2e4	0/15
BSrr	733(603)	1155(1080)	∞	∞	∞	∞	∞ 1e4	0/15
CMA-CSA	3.3 (1)	3.0 (1)	3.0 (0.9)	3.2 (0.6)	3.3 (0.4)	3.3 (0.7)	3.4 (0.3)	15/15
CMA-MSR	3.8(1)	3.4(1)	3.5(0.9)	3.7(0.9)	3.8(0.9)	4.0(0.9)	4.4(0.9)	15/15
CMA-TPA	3.3(1)	3.1(0.7)	3.4(0.6)	3.5(0.4)	3.5(0.6)	3.5 (0.6)	3.5 (0.4)	15/15
GP1-CMAES	2.5 (1)	2.8 (0.8)	3.1 (0.6)	3.1 (0.3)	3.3 (2)	3.8(1)	4.9(3)	9/15
GP5-CMAES	1.2 (0.3) ⁺²	1.1 (0.3)	1.2 (0.2)	1.3 (0.4)	1.2 (0.3)	1.2 (0.4)	1.9 (1)	14/15
IPOPCMAv3p	3.9(3)	4.4(3)	6.1(5)	10(13)	19(21)	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	47(28)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	286(264)	467(531)	∞	∞	∞	∞	∞ 4486	0/15
Sif	285(272)	482(489)	∞	∞	∞	∞	∞ 4482	0/15
Srr	161(135)	194(327)	414(463)	∞	∞	∞	∞ 3648	0/15

Table 3: 3-D runn n t xc ss E^{ρ_c} / E^{ρ_b} b st b on f_{11} n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f11	67	105	227	263	277	302	327	15/15
BSifeg	124(270)	400(373)	∞	∞	∞	∞	∞ 1e4	0/15
BSif	163(158)	420(920)	879(1096)	∞	∞	∞	∞ 1e4	0/15
BSqi	218(410)	1149(764)	∞	∞	∞	∞	∞ 2e4	0/15
BSrr	147(250)	537(857)	810(1127)	∞	∞	∞	∞ 1e4	0/15
CMA-CSA	4.6 (2)	4.5 (1)	2.5 (0.5)	2.3 (0.5)	2.3 (0.4)	2.5 (0.4)	2.5 (0.4)	15/15
CMA-MSR	5.8(4)	4.6(0.9)	2.5 (0.4)	2.4 (0.3)	2.5 (0.5)	2.8 (0.5)	3.1(0.3)	15/15
CMA-TPA	4.8(3)	4.5(1)	2.5 (0.4)	2.4 (0.5)	2.5 (0.5)	2.6 (0.3)	2.6 (0.2)	15/15
GP1-CMAES	4.8 (3)	4.3 (0.9)	2.3 (0.4)	2.2 (0.6)	2.4 (0.9)	3.1(1)	5.5(5)	6/15
GP5-CMAES	2.1 (0.6)	1.8 (0.3)	0.95 (0.2)	0.90 (0.4)	0.91 (0.2)	0.92 (0.3)	1.6 (1)	12/15
IPOPCMAv3p	8.8(8)	12(9)	16(12)	42(19)	40(68)	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	33(42)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	16(22)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	11(7)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	46(84)	100(116)	46(36)	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	34(48)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	51(110)	358(320)	∞	∞	∞	∞	∞ 7533	0/15
Sif	76(102)	364(528)	∞	∞	∞	∞	∞ 7579	0/15
Srr	68(187)	306(288)	227(458)	∞	∞	∞	∞ 6563	0/15

Table 3: 3-D runn n t xc ss E^o /E^o b st b on f₁₂ n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f12	65	168	338	401	445	696	790	15/15
BSifeg	59(25)	48(27)	75(173)	171(236)	332(369)	∞	∞ 8987	0/15
BSif	62(169)	80(54)	108(108)	381(444)	∞	∞	∞ 9690	0/15
BSqi	70(40)	71(98)	107(67)	488(1280)	440(315)	∞	∞ 1e4	0/15
BSrr	61(283)	46(68)	44(119)	152(106)	∞	∞	∞ 7634	0/15
CMA-CSA	6.7 (3)	5.1(3)	3.8 (5)	4.0 (4)	4.0 (4)	3.7 (5)	3.8 (7)	15/15
CMA-MSR	10(4)	6.7(7)	4.6(2)	4.6 (3)	4.7 (1)	3.9 (2)	4.0 (4)	15/15
CMA-TPA	7.6 (6)	5.0 (7)	3.2 (2)	3.0 (0.6)	3.0 (2)	2.4 (2)	2.7 (1.0)	15/15
GP1-CMAES	5.8 (2)	4.3 (3)	3.4 (2)	5.2(6)	8.2(11)	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	7.7(15)	4.9 (5)	6.7(11)	8.1(11)	12(10)	∞	∞ 753	0/15
IPOPCMAv3p	7.7(8)	5.9(7)	15(13)	28(28)	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	11(7)	13(15)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	11(10)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	14(17)	20(15)	33(46)	28(44)	25(26)	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	8.4(18)	20(69)	36(34)	132(184)	∞	∞	∞ 3495	0/15
Sif	10(47)	20(62)	26(51)	∞	∞	∞	∞ 3248	0/15
Srr	14(25)	19(22)	35(45)	62(34)	112(205)	∞	∞ 3419	0/15

Table 5: 3-D runn n t xc ss E^{ρ_c} / E^{ρ_b} b st b on f_{13} n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f13	49	85	108	136	215	281	365	15/15
BSifeg	291(273)	554(408)	1551(1340)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	300(394)	706(627)	1552(2828)	2703(2600)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	183(81)	407(673)	1052(672)	2770(3413)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	170(431)	662(787)	1568(1938)	1261(1323)	∞	∞	∞ 2e4	0/15
CMA-CSA	4.5(3)	4.5(2)	4.4 (1)	4.2 (0.8)	3.1 (0.8)	3.4 (0.4)	3.2 (0.4)	15/15
CMA-MSR	4.0(0.9)	4.2 (1)	4.7(1)	4.8(0.6)	3.6 (0.6)	3.7 (0.5)	3.6 (0.4)	15/15
CMA-TPA	3.5(1)	3.6 (0.8)	4.3 (0.8)	4.6 (0.3)	3.6 (0.5)	3.5 (0.3)	3.4 (0.9)	15/15
GP1-CMAES	5.1(5)	5.7(6)	11(7)	18(13)	51(31)	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	1.2 (0.4)	2.6 (3)	3.4 (1)	3.4 (2)	4.0(6)	∞	∞ 753	0/15
IPOPCMAv3p	7.3(14)	6.7(8)	8.6(5)	11(10)	13(10)	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	4.0(3)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	2.7 (2)	4.6(4)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	2.8 (3)	26(25)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	12(12)	60(60)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	39(55)	126(76)	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	217(436)	479(862)	1445(1754)	2428(1905)	∞	∞	∞ 2e4	0/15
Sif	140(318)	776(1278)	1351(1177)	2339(1854)	∞	∞	∞ 2e4	0/15
Srr	131(220)	633(773)	924(1264)	1200(1416)	∞	∞	∞ 2e4	0/15

Table 5: 3-D runn n t xc ss E^o /E^o b st b on f₁₄ n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f14	2.2	17	28	43	71	110	194	15/15
BSifeg	1.8 (2)	4.7(5)	4.3(4)	32(20)	1324(3102)	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	1.8 (2)	5.3(11)	4.9(5)	187(232)	6262(1e4)	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	1.8 (2)	3.9(4)	3.3(7)	15(18)	1018(851)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	1.8 (2)	5.4(10)	4.5(3)	28(40)	776(638)	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	3.8(3)	2.3 (2)	3.7(2)	4.1(2)	4.4(1)	5.1 (0.7)	4.2 (0.5)	15/15
CMA-MSR	2.5 (2)	3.1(2)	4.4(2)	5.8(1)	5.1(0.7)	5.6 (0.8)	4.5 (0.8)	15/15
CMA-TPA	4.4(4)	3.4(4)	4.4(0.8)	4.2(2)	3.9 (0.7)	4.9 (1.0)	4.1 (0.6)	15/15
GP1-CMAES	3.9(2)	2.5 (1)	2.7 (1)	3.5 (1)	6.2(2)	23(47)	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	3.3(3)	1.8 (2)	1.8 (0.4)	2.2 (0.9)	3.6 (2)	31(70)	∞ 753	0/15
IPOPCMAv3p	2.2 (0.7)	3.1(2)	3.5(1)	3.9 (0.7)	4.3 (1)	8.9(6)	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	1.5 (2)	4.1(2)	3.8(0.5)	8.2(9)	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	1.9 (0.9)	1.4 (0.4)	1.7 (0.4)	24(30)	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	2.3 (3)	1.4 (0.4)	1.9 (1)	12(10)	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	2.9 (4)	7.6(8)	14(13)	24(41)	70(153)	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	1.9 (1)	24(41)	40(37)	71(44)	150(326)	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	1.8 (2)	1.6 (0.7)	2.1 (2)	12(13)	616(1029)	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	1.8 (1)	1.6 (1)	2.4 (2)	21(45)	2761(4211)	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	1.8 (1)	1.4 (0.5)	1.6 (0.8)	12(12)	1289(1363)	∞	∞ 3e4	0/15

Table 3: 3-D runn n t xc ss E^*/E^* b st b on f_{16} n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f16	41	319	582	789	1864	3204	3361	15/15
BSifeg	1.6 (1)	20(55)	74(114)	163(219)	108(126)	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	2.0 (2)	24(35)	57(54)	168(238)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	2.0 (1)	26(56)	63(141)	164(250)	217(215)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	1.5 (2)	19(33)	144(173)	161(141)	107(112)	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	1.7 (2)	3.1(1)	3.5 (4)	2.7 (3)	1.2 (1)	0.74 (0.8)	0.75 (0.6)	15/15
CMA-MSR	6.7(19)	7.1(14)	5.3(4)	4.4(2)	3.0(4)	1.9 (2)	1.9 (0.4)	15/15
CMA-TPA	3.2(5)	4.8(10)	3.6(3)	3.9 (7)	1.7 (1)	1.1 (2)	1.1 (1)	15/15
GP1-CMAES	1.3 (0.6)	3.1(5)	3.2 (6)	6.6(5)	2.8 (2)	1.7 (1)	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	0.78 (0.4)	3.6(4)	4.1(4)	4.4(9)	2.9 (6)	3.4(3)	∞ 760	0/15
IPOPCMAv3p	1.6 (2)	1.7 (1)	1.8 (2)	2.0 (4)	1.1 (2)	0.66 (0.3)	1.1 (0.9)	3/15
LHD-10xDef	0.99 (1)	1.2 (0.8)	3.8(2)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	1.0 (0.8)	1.00 (1)	3.7(4)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	1.4 (1)	1.0 (1)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	1.1 (1.0)	3.5(2)	4.0(7)	4.3(7)	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	2.8 (8)	4.6(13)	9.1(11)	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	1.1 (0.6)	10(17)	28(34)	265(246)	112(71)	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	1.0 (0.6)	12(34)	36(51)	91(86)	111(181)	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	1.2 (1.0)	19(31)	47(70)	257(399)	∞	∞	∞ 3e4	0/15

Table 8: 3-D runn n t xc ss E^o / E^o b st b on f₁₇ n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f17	3.6	78	282	491	1134	2347	3469	15/15
BSifeg	3.6(7)	47(275)	304(478)	879(1188)	384(212)	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	2.9 (2)	54(147)	143(192)	267(163)	385(441)	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	3.0 (7)	69(115)	73(82)	180(223)	187(152)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	5.2(2)	52(3)	116(193)	248(181)	374(325)	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	2.3 (3)	1.2 (0.5)	0.94 (0.2)	1.3 (0.6)	0.78 (0.9)	0.86 (0.4)	0.81 (0.5)	15/15
CMA-MSR	3.1(2)	3.3(4)	2.4 (2)	1.9 (1)	0.97 (0.6)	1.1 (0.4)	1.0 (0.6)	15/15
CMA-TPA	4.5(8)	1.4 (0.4)	0.85 (0.2)	0.78 (0.3)	0.77 (0.6)	1.2 (1)	1.2 (0.8)	15/15
GP1-CMAES	2.3 (5)	2.4 (3)	1.5 (2)	3.0 (2)	3.2(3)	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	3.2(3)	4.2(6)	3.5(3)	22(32)	∞	∞	∞ 753	0/15
IPOPCMAv3p	5.4(7)	1.6 (0.8)	0.94 (0.2)	0.92 (0.6)	0.74 (0.6)	4.8(5)	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	2.8 (4)	1.7 (0.6)	8.0(13)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	2.4 (2)	1.4 (0.9)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	2.6 (2)	1.0 (0.3)	2.6 (2)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	4.1(4)	6.2(9)	8.2(13)	22(10)	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	22(35)	12(18)	40(46)	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	3.8(7)	47(124)	48(36)	193(220)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	4.7(2)	29(105)	69(47)	268(233)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	3.7(2)	15(20)	51(175)	184(186)	378(238)	∞	∞ 3e4	0/15

Table 3-D: Run-time statistics on function values and number of function evaluations to reach a value divided by dimensions on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f18	40	145	1289	3084	3523	4738	5527	15/15
BSifeg	1.6 (1)	132(207)	324(202)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	1.3 (3)	210(264)	149(251)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	1.1 (0.4)	127(146)	332(229)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	17(118)	72(89)	151(232)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	1.4 (0.9)	3.1 (9)	1.2 (1)	0.71 (0.6)	0.81 (0.7)	0.85 (0.5)	0.95 (0.5)	15/15
CMA-MSR	1.4 (0.7)	5.1(14)	1.1 (1)	0.73 (0.6)	0.96 (1)	0.96 (0.8)	1.0 (0.5)	15/15
CMA-TPA	1.7 (0.9)	4.2(7)	1.0 (0.9)	0.55 (0.5)	0.75 (0.6)	0.85 (0.5)	0.93 (0.4)	15/15
GP1-CMAES	1.3 (1)	3.7(5)	2.6 (3)	3.6(2)	∞	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	5.6(5)	3.3(4)	2.5 (3)	3.5(6)	∞	∞	∞ 760	0/15
IPOPCMAv3p	1.7 (1)	4.2(4)	2.0 (3)	1.2 (1)	1.6 (2)	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	2.1 (0.7)	15(15)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	0.93 (0.7)	2.4 (3)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	0.97 (0.4)	2.7 (3)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	7.7(23)	12(22)	4.1(7)	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	5.1(7)	16(13)	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	1.5 (2)	74(96)	93(165)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	3.7(2)	110(115)	142(191)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	1.2 (2)	90(100)	93(105)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15

Table 3-D: Comparison of function values and number of function evaluations for various algorithms on the test functions. The table shows the mean value and standard deviation (in parentheses) of the function value at the end of the optimization process, and the number of function evaluations required to reach the minimum value. The algorithms are compared against the best-known results (f19) for each function.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f19	1	1	109	6764	7367	7399	7441	15/15
BSifeg	8.3(6)	220(292)	17 (30)	61(84)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	8.3(7)	242(374)	36(38)	30(40)	57(117)	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	8.3(6)	253(216)	45(83)	10 (9)	55 (113)	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	8.3(6)	237(109)	33(28)	66(40)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	11(6)	352(550)	39(29)	2.1 (3)	2.4 (2)	2.5 (2)	2.5 (1)	15/15
CMA-MSR	8.8(7)	251(339)	96(103)	46(33)	94(151)	122 (160)	122 (103)	4/15
CMA-TPA	8.7(6)	172 (383)	41(55)	2.3 (3)	2.8 (4)	2.9 (4)	2.9 (4)	15/15
GP1-CMAES	6.1 (8)	154 (191)	48(48)	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
GP5-CMAES	10(11)	282(468)	104(142)	∞	∞	∞	∞ 762	0/15
IPOPCMAv3p	9.4(10)	189 (395)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	8.9(8)	522(528)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	8.1 (8)	229(126)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	8.3(13)	455(675)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	10(10)	210(242)	24(18)	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	8.1 (9)	456(378)	∞	∞	∞	∞	∞ 755	0/15
Sifeg	8.7(7)	289(466)	19 (14)	63(62)	59(19)	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	8.7(5)	338(282)	36(48)	63(70)	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	8.7(8)	433(128)	21 (8)	19(22)	∞	∞	∞ 3e4	0/15

Table 3-D: Run-time statistics of function evaluations to reach a value divided by dimensions on a standard function and a number

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f20	8.3	385	2291	2398	2481	2573	2776	15/15
BSifeg	4.9(2)	13(5)	17(22)	16(13)	16(12)	16(29)	18 (7)	7/15
BSif	3.8(1)	17(17)	87(80)	84(177)	81(89)	80(51)	76(82)	2/15
BSqi	3.0 (4)	11(16)	31(31)	30(53)	29(34)	37(29)	35(41)	4/15
BSrr	2.3 (1)	14(13)	19(13)	19(19)	18(10)	24(25)	23(35)	6/15
CMA-CSA	2.3 (2)	4.5 (5)	3.6 (4)	3.7 (4)	3.6 (4)	3.7 (2)	3.5 (2)	15/15
CMA-MSR	2.8 (2)	13(19)	151(261)	269(230)	261(267)	253(192)	235(160)	5/15
CMA-TPA	3.8(3)	7.6(6)	10 (4)	10 (10)	10 (7)	10 (16)	10 (5)	15/15
GP1-CMAES	2.7 (3)	3.7 (6)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	1.7 (1)	2.0 (0.7)	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
IPOPCMAv3p	3.5(2)	4.5(4)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	4.2(4)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	2.1 (1)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	2.0 (1)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	8.4(19)	5.9(9)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	38(20)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	2.9 (2)	7.3(21)	19(31)	18(25)	17(19)	21(23)	25(56)	5/15
Sif	3.2(2)	10(26)	20(20)	20(32)	19(17)	22(21)	26(23)	5/15
Srr	2.6 (1)	9.0(35)	17 (20)	16 (18)	16 (15)	15 (17)	20(21)	6/15

Table 3-D: Performance of function value and number of function evaluations to reach a value divided by dimension on f_{25} in various test functions and number of successful runs

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f21	5.9	184	425	439	458	469	482	15/15
BSifeg	1.6 (1.0)	106(226)	55(92)	55(44)	60(14)	74(77)	148(121)	5/15
BSif	1.6 (1)	104(144)	114(165)	145(107)	143(113)	192(257)	265(202)	3/15
BSqi	1.6 (2)	167(286)	120(54)	118(182)	114(100)	142(157)	188(441)	4/15
BSrr	1.6 (2)	141(171)	145(177)	142(136)	137(173)	141(156)	268(553)	3/15
CMA-CSA	1.3 (1)	6.7(9)	5.9(2)	6.5(8)	6.8(10)	7.0 (12)	7.1 (8)	15/15
CMA-MSR	2.1 (1)	17(39)	154(143)	251(355)	240(490)	235(322)	229(154)	11/15
CMA-TPA	1.6 (2)	2.1 (2)	17(2)	20(51)	20(19)	59(34)	58(159)	14/15
GP1-CMAES	0.93 (1)	17(29)	25(28)	24(22)	23(25)	23(24)	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	1.4 (0.8)	4.0(8)	5.6(5)	5.5(8)	5.3(8)	7.2(2)	22(35)	1/15
IPOPCMAv3p	1.9 (2)	4.4(5)	7.2(8)	11(21)	11(10)	11(12)	11 (13)	2/15
LHD-10xDef	1.7 (2)	0.75 (0.6)	0.66 (0.3)	1.2 (0.6)	1.6 (2)	4.8 (6)	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	1.3 (1.0)	1.2 (0.8)	1.7 (1)	2.5 (2)	4.9 (3)	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	1.2 (0.3)	1.0 (0.9)	1.2 (0.9)	2.5 (2)	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	2.1 (2)	5.0(7)	5.0(7)	5.0(6)	5.0 (3)	6.8 (7)	7.1 (5)	3/15
RF5-CMAES	1.9 (1)	8.0(10)	13(19)	26(27)	∞	∞	∞ 760	0/15
Sifeg	1.9 (2)	111(135)	77(156)	76(84)	74(62)	113(157)	159(221)	5/15
Sif	2.1 (2)	106(186)	142(141)	138(87)	134(165)	147(164)	258(295)	3/15
Srr	1.9 (2)	163(233)	195(265)	190(292)	183(345)	184(160)	408(421)	2/15

Table 3: 3-D runn n t x c s s E^o / E^o b st b on f₂₂ n ta c s s v n t d an f_{na} funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f22	18	170	354	362	384	401	414	15/15
BSifeg	7.6(6)	87(143)	73(65)	144(290)	240(220)	335(812)	1079(2735)	1/15
BSif	10(8)	219(227)	245(229)	373(474)	1094(854)	1047(688)	1019(956)	1/15
BSqi	4.8(7)	130(80)	108(67)	210(165)	359(491)	526(772)	∞ 3e4	0/15
BSrr	3.9(11)	146(183)	187(180)	344(907)	525(430)	1068(3017)	1058(1808)	1/15
CMA-CSA	1.4 (0.9)	11(6)	227(199)	363(386)	399(407)	704(744)	682(873)	7/15
CMA-MSR	2.0 (3)	5.9(8)	36(11)	107(295)	207(190)	198(542)	193(193)	12/15
CMA-TPA	1.8 (3)	19(13)	267(524)	305(305)	424(604)	645(1186)	1334(2798)	5/15
GP1-CMAES	1.7 (2)	3.8(5)	4.6 (2)	6.4 (4)	6.2 (7)	8.9 (22)	13 (23)	2/15
GP5-CMAES	4.2(2)	10(16)	10(18)	10 (9)	9.2 (12)	27(23)	26 (32)	1/15
IPOPCMAv3p	2.1 (2)	10(7)	15(12)	14 (7)	14 (19)	13 (16)	13 (14)	2/15
LHD-10xDef	1.7 (1)	0.88 (0.7)	3.0 (3)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	1.4 (0.6)	2.2 (2)	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	0.97 (0.7)	1.1 (0.6)	3.1 (6)	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	1.7 (1)	5.5(10)	14(14)	29(47)	28(16)	27 (17)	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	6.9(17)	11(12)	15(24)	31(29)	∞	∞	∞ 753	0/15
Sifeg	1.8 (3)	61(32)	77(110)	105(122)	192(156)	1058(1496)	∞ 3e4	0/15
Sif	3.2(2)	67(91)	181(112)	377(318)	1100(800)	1117(784)	∞ 3e4	0/15
Srr	1.5 (0.7)	66(86)	50(46)	84(177)	243(235)	526(715)	∞ 3e4	0/15

Table 3-D: Comparison of function values and number of function evaluations for various algorithms on the test functions. The table shows the mean value of the function at the optimum, the standard deviation, and the number of function evaluations required to reach the optimum. The algorithms are compared against the best performing algorithm (f23) for each function.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f23	2.6	407	906	1215	2214	2293	2393	15/15
BSifeg	3.8(5)	1.5 (1)	220(224)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	3.8(4)	2.1 (1)	158(173)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	3.7(5)	2.1 (2)	56(113)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	3.9(5)	1.6 (2)	486(265)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	3.3 (9)	6.2(4)	14(55)	11 (11)	6.1 (6)	6.1 (14)	6.0 (6)	15/15
CMA-MSR	2.6 (2)	4.2(6)	3.3 (3)	2.7 (2)	1.6 (1)	1.7 (0.9)	1.8 (1)	15/15
CMA-TPA	4.2(3)	9.4(6)	13 (31)	11 (8)	5.9 (15)	5.9 (3)	5.9 (24)	15/15
GP1-CMAES	3.3 (4)	13(21)	∞	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
GP5-CMAES	5.7(6)	1.1 (0.9)	2.7 (3)	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
IPOPCMAv3p	4.3(3)	6.3(7)	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	6.4(8)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	4.0(4)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	4.5(6)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	5.1(5)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 753	0/15
RF5-CMAES	3.5(4)	8.1(17)	∞	∞	∞	∞	∞ 762	0/15
Sifeg	3.7(4)	2.5 (1.0)	146(180)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	3.7(4)	2.7 (2)	111(119)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	3.7(2)	1.9 (1)	493(415)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15

Table 5: 3-D runn n t xc ss E^{ρ_c} / E^{ρ_b} b st b on f_{24} n ta cs s v n t d an fna funct on va u and t d an nu b r of funct on va uat ons to r ac t s va u d v d d by d ns on

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f24	97	10391	1.0e5	3.6e5	3.6e5	3.6e5	3.6e5	2/15
BSifeg	4.1(5)	39(37)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSif	4.5(6)	12 (9)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSqi	5.0(6)	39(33)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
BSrr	3.0(3)	18(35)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
CMA-CSA	1.8 (3)	116(224)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e5	0/15
CMA-MSR	2.4 (4)	45(109)	19 (29)	∞	∞	∞	∞ 3e5	0/15
CMA-TPA	2.5 (1)	117(95)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e5	0/15
GP1-CMAES	1.5 (1)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
GP5-CMAES	1.5 (2)	1.0 (2)	∞	∞	∞	∞	∞ 760	0/15
IPOPCMAv3p	2.0 (2)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
LHD-10xDef	11(11)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
LHD-2xDefa	3.5(3)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RAND-2xDef	11(14)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 150	0/15
RF1-CMAES	2.6 (5)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 751	0/15
RF5-CMAES	6.1(7)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ 755	0/15
Sifeg	2.3 (0.3)	8.9 (10)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Sif	2.4 (2)	18(23)	∞	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15
Srr	1.8 (3)	39(23)	3.9 (4)	∞	∞	∞	∞ 3e4	0/15

References

- [1] Asa Atană, Bence Barina, Işıl CMA-E - A and Işıl CMA-E - M. On the BB-Box nos. ss. stb. d. In Lar do ta §} pa s''35''
- [2] Ann. Au r. t. n. Fnc, M. oaus Hans n and Ray ond os BB-Box Co par son tab s of a a ort s on a nos. ss. funct ons c n ca port - 33 IMIA Apr
- [3] Lu ás Ba r Zbyn tra and Mart n Ho na Bnc ar n auss an pro c ss s and rando for sts surro at ods on t BB-Box nos. ss. stb. d In Lar do ta §} pa s''3''5
- [4] D o Broc , B rnd Bsc , and ob as an r pact of n ta d s ns on t p rfor anc of ats u oto on t nos. ss. BB-Box stb. d A pr nary study In Lar do ta §} pa s''5b''
- [5] Fnc, M. Hans n os and A Au r a-para tr bac -box opt zat on bnc ar n r s ntat on of t nos. ss. funct ons c n ca port / , s arc C ntr E b dat d F bruary
- [6] M. Hans n A Au r Fnc, and os a-para tr bac -box opt zat on bnc ar n Expr nta s tup c n ca r port IMIA
- [7] M. Hans n Fnc, os and A Au r a-para tr bac -box opt zat on bnc ar n Nos. ss. funct ons d n t ons c n ca port -8 b IMIA b dat d F bruary
- [8] Juan Luis J n z Lar do ara va and Anna Isab Esparc a-A cázar d tors *Genetic and Evolutionary Computation Conference, GECCO 2015, Madrid, Spain, July 11-15, 2015, Companion Material Proceedings* ACM '5
- [9] tr os' and tr Baud s D ns on s ct on n ax s-para br nt-st p t od for bac -box opt zat on of s parab cont nuous funct ons In Lar do ta §} pa s''5''8